



ADVENTUM

ISKOLA

ADVENTUM ISKOLA

Matematika
(NAT-2020)

11-12. ÉVFOLYAM

A négyosztályos gimnáziumi képzés 11-12. osztályainak helyi tanterve matematikából

Ez a szakasz az érettségire felkészítés időszaka is, ezért a fejlesztésnek kiemelten fontos tényezője az elemző- és összegzőképesség alakítása. Ebben a két évfolyamban áttekintését adjuk a korábbi évek ismereteinek, eljárásainak, problémamegoldó módszereinek, emellett sok, gyakorlati területen széles körben használható tudást is közvetítünk. Olyanokat, amelyekhez kell az előző évek alapozása, amelyek kissé összetettebb problémák megoldását is lehetővé teszik.

Az érettségi előtt már elvárható többféle ismeret együttes alkalmazása. A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térselelem, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A koordinátageometria elemeinek tanításával a matematika különböző területeinek összefüggéseit s így a matematika komplexitását mutatjuk meg. Minden témában nagy hangsúllyal ki kell térnünk a gyakorlati alkalmazásokra, az ismeretek más tantárgyakban való felhasználhatóságára. A statisztikai kimutatások és az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése hozzájárul a vállalkozói kompetencia fejlesztéséhez, a helyes döntések meghozatalához. Gyakran alkalmazhatjuk a digitális technikát az adatok, problémák gyűjtéséhez, a véletlen jelenségek vizsgálatához.

A terület-, felszín-, térfogatszámítás más tantárgyakban és mindennapjaink gyakorlatában is elengedhetetlen. A sorozatok, kamatos kamat témakör kiválóan alkalmas a pénzügyi, gazdasági problémákban való jártasság kialakításra. Az anyanyelvi kommunikáció fejlesztését is segíti, ha önálló kiselőadások, prezentációk elkészítését, megtartását várjuk el a diákoktól. A matematikatörténet feldolgozása például alkalmas erre. Ez sokat segíthet abban, hogy a matematikát kevésbé szerető tanulók se tekintsék gondolkodásmódjuktól távol álló területnek a matematikát. Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák. Az egyes témakörökhöz rendelt óraszámok számítása az OFI és a KPSZTI ajánlásai alapján történt, az ott javasolt óraszámok arányos átvételével.

A 9. évfolyamtól kezdődően hangsúlyosabbá válik a tanuló önálló, rendszerezett, logikus gondolkodásának fejlesztése. A spirális felépítésnek megfelelően - a korábbi képzési szakaszok során megszerzett készségekre, képességekre és ismeretekre alapozva - egyre absztraktabb formában épül fel a matematika belső struktúrája (fogalmak definíciója, tételek, bizonyítások). Jól megválasztott problémák tárgyalása során válik a tanulók számára is szükségessé az új

fogalmak bevezetése és pontos definiálása. Tanári irányítással a tételek, általános összefüggések is felfedeztethetők. Ezen folyamat során fejlődik a tanulók szintetizáló és modellalkotó képessége. A felfedezett tételek és összefüggések egy része bizonyítás nélkül is gyarapítja a matematikai eszköztárat. A bizonyítások, indoklások önálló felfedezése fejleszti a tanulók érvelési képességét, mérlegelő gondolkodását. Néhány tétel bizonyítása elengedhetetlen része a matematika tanításának, hiszen a bizonyításokon keresztül mutatható meg a matematika logikus és következetes felépítése.

A matematikai játékok, logikai feladványok fejlesztik a stratégiaalkotást, az algoritmikus gondolkodást, a kreativitást és a gondolkodás rugalmasságát. A kombinatív képességek területén a lehetőségek strukturált felsorolásából fokozatosan kialakulnak a rendszerezést segítő konkrét eszközök, stratégiák alkalmazásának készségei.

A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technika és a humán tanulási területek ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák, a természeti és a gazdasági folyamatok értelmezéséhez és kezeléséhez. A tanulók megtapasztalják a matematika alkalmazhatóságát, hasznosságát.

A tanuló társaival közösen tervez és hajt végre kooperatív tevékenységeket, projekteket. A közös munkában érvel, képes a vitára, az érvei ütköztetésére. Mérlegeli és kontrollálja mind a társai, mind a saját véleményét.

Az új fogalmak, magasabb szintű absztrakciót igénylő tudástartalmak bevezetésekor az egyéni adottságokhoz, ismeretekhez alkalmazkodó differenciálás biztosítja a megfelelő tempójú haladást annak a tanulónak, akinél ezek a lépések hosszabb időt, több szemléltetést igényelnek. Ezzel a lassabban haladó tanuló sem veszíti el érdeklődését a matematika iránt.

A tanuló digitális eszközöket, a tanulást, a szemléltetést, a tapasztalatszerzést és a felfedezést segítő szoftvereket, digitális információforrásokat használ, a matematika alkalmazását segítő számítógépes programokat ismer meg. Aktív résztvevője a tanulási-tanítási folyamatnak, ami lehetővé teszi azon kompetenciáinak és tervezési stratégiáinak a fejlődését, amelyek segítik a mai gyorsan változó világban való eligazodást és a különböző élethelyzetekben előforduló problémák megoldását.

11-12. évfolyam

A 11-12. évfolyamon a tanulási-tanítási folyamatra jellemző, hogy az ismeretek jellege egyre absztraktabb és formálisabb, a matematika belső logikája egyre jobban érvényesül. Ebben a szakaszban az egyik nagyon fontos didaktikai cél a szimbolikus gondolkodás fejlesztése. A tanulóknak a korábban elsajátított készségekre, képességekre és ismeretanyagra támaszkodva kell eljutniuk az absztrakt összefüggések megértéséhez és tudatos alkalmazásához. Tudatosítani kell a matematikai fogalmak pontos definiálásának fontosságát és a matematikai bizonyítások szerepét. Amellett, hogy a lehetséges alkalmazásokat minden egyes témakör kapcsán szem előtt kell tartani, fontos, hogy a tanulók lássák az egyes matematikai területek kapcsolatát is.

Fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló a tanár által irányított módon, a feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a projektfeladatok ebben a szakaszban is fejlesztik a kommunikációt. Az érettségi vizsgára készülés során egyre nagyobb hangsúlyt kap a tanulók önálló munkája mind a feladatmegoldásokban, mind a tanultak ismételésében, rendszerezésében. A digitális eszközök támogatják a szemléltetést, a megértést, a felfedeztetést és a gyakorlást.

Bizonyos témakörök ebben a szakaszban jelennek meg először. Ilyen a racionális kitevőjű hatvány, az exponenciális függvény, a logaritmus, a számtani és mértani sorozatok, a trigonometria, a koordináta geometria és a térgeometria. Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése, a trigonometria és a koordináta geometria alapjainak megjelenése, valamint a statisztikai és valószínűségi szemlélet mélyülése további lehetőségeket nyújt változatos hétköznapi és matematikai problémák megoldására. A matematikai eszköztár bővülése ebben a szakaszban teszi leginkább lehetővé, hogy a tanulók más tantárgyakban, más tanulási területeken is alkalmazni tudják matematikai tudásukat.

A 11-12. évfolyamon a matematika tantárgy alapóraszámára 186 óra. Rendszerező összefoglalásra, az érettségi vizsgára történő felkészítésre a 12. évfolyam végén 38 óra áll rendelkezésre. Az egyes témakörökhöz írt óraszámok javaslatok. Az új ismeretek a teljes óraszám negyötöd része alatt a legtöbb tanuló számára elsajátíthatók, így a fennmaradó órák felhasználhatók ismételésre, gyakorlásra, felzárkóztatásra, tehetséggondozásra és számonkérésre.

Az alábbiakban a javasolt óraszámok heti 3 óra esetén értendők, a magasabb óraszámok

esetén pedig a táblázatokból kiolvashatók.

Az emelt szintű matematika érettségi témakörök átadása a fakultációkon és a matematikainformatika tagozaton egyaránt az emelt óraszámra beépítve történik.

Heti 4 órás képzések matematika óraszámai témakörönként

	11.évfolyam	12. évfolyam
Halmazok, matematikai logika	2	6
Kombinatorika, gráfok	12	0
Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése	16	0
Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus	24	0
Exponenciális folyamatok vizsgálata	14	0
Sorozatok	0	20
Trigonometria	22	0
Térgeometria	4	20
Koordinátageometria	26	0
Leíró statisztika	6	6
Valószínűség-számítás	6	12
Rendszerező összefoglalás	12	56
Összesen	144	120

TÉMAKÖR: Halmazok, matematikai logika**JAVASOLT ÓRASZÁM: 8 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;
- megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét;
- tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatok bemutatása példákon keresztül
- Logikai kifejezések megfelelő használata
- Egyszerű állítások indoklása, tételek bizonyítása
- Stratégiai és logikai játékok

FOGALMAK logikai műveletek

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- A tanulók mindennapi tapasztalataihoz köthető, összetett állítások logikai értékének meghatározása igazságtáblázat segítségével
- Rejtvényűjságokban szereplő feladványok megfejtése következtetések láncolatán keresztül
- Logikai készséget fejlesztő játékok, például „Einstein-fejtörő”
- Stratégiai játékok, például NIM játékok, táblás játékok
- Tudatos pénzügyi tervezést segítő játékok

TÉMAKÖR: Kombinatorika, gráfok**JAVASOLT ÓRASZÁM: 12 óra****TANULÁSI EREDMÉNYEK**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat;
- konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Matematikai és hétköznapi helyzetekhez kötődő sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása
- A binomiális együttható fogalmának ismerete, értékének kiszámítása
- Mintavétel visszatevéssel és visszatevés nélkül
- A gráf csúcsainak fokszámösszege és éleinek száma közötti összefüggés ismerete és alkalmazása gyakorlati feladatok megoldásában
- Kombinatorikai feladatok megoldása a komplementer esetek meghatározásának

segítségével

FOGALMAK

faktoriális, binomiális együttható; csúcs fokszáma gráfban

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Anagramma készítése a tanulók neveiből
- A pókerben előforduló lehetséges nyerő lapkombinációk számának meghatározása
- A Pascal-háromszög és tulajdonságai felfedeztetése például kéttagú összeg hatványaiban szereplő együtthatók segítségével
- Különböző szituációk kétféle módon történő összeszámlálása és ebből következő egyszerű kombinatorikus összefüggések felfedezése
- Visszatevéssel és visszatevés nélküli mintavétel lejátszása, a tapasztalatok

összegyűjtése

TÉMAKÖR: Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése

JAVASOLT ÓRASZÁM: 16 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza az oszthatóság alapvető fogalmait;
- összetett számokat felbont prímszámok szorzatára;
- meghatározza két természetes szám legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét, és alkalmazza ezeket egyszerű gyakorlati feladatokban;
- ismeri és alkalmazza az oszthatósági szabályokat;
- érti a helyi értékes írásmódot 10-es és más alapú számrendszerekben;
- ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig;
- ismer példákat irracionális számokra.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása a prímtényező felbontásból
- Összetett oszthatósági szabályok alkalmazása
- Számolás osztási maradékokkal (például összeg, szorzat, hatvány maradéka)
- Számok felírása 10-estől különböző alapú számrendszerben
- Az egész számok, a véges tizedes törtek, a végtelen szakaszos tizedes törtek és a racionális számok kapcsolata
- A számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásai a természetes számoktól a valós számokig
- Végtelen nem szakaszos tizedes törtek ismerete
- Példák irracionális számokra
- Számhalmazok műveleti zártsága
- A $\sqrt{2}$ irracionálisának bizonyítása

FOGALMAK

természetes szám, egész szám, racionális szám, irracionális szám, valós szám, relatív prímek

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Oszthatósággal kapcsolatos „bűvésztükkök" bemutatása
- Számrendszerek segítségével megoldható rejtvények
- Tanulói kiselőadás a 10-estől különböző alapú számrendszerek használatáról a múltban és ennek mai napig tartó hatásairól
- Tanulói kiselőadás számelméleti érdekességekről, például tökéletes számok és barátságos számpárok, prímszámok, jelenleg ismert legnagyobb prím, titkosítás
- Halmazábra elkészítése a számhalmazokról

TÉMAKÖR: Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus**JAVASOLT ÓRASZÁM: 24 óra****TANULÁSI EREDMÉNYEK**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza az n -edik gyök fogalmát;
- ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait;
- képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol;
- adott értékészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Az n -edik gyök fogalmának ismerete és alkalmazása
- Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén
- Hatványozás azonosságainak alkalmazása racionális kitevő esetén
- A hatványozás szemléletes értelmezése irracionális kitevő esetén
- Az exponenciális függvények ábrázolása hagyományosan és számítógéppel, a függvények tulajdonságai
- A logaritmus értelmezése

- Áttérés más alapú logaritmusra
- Számológép használata logaritmus értékének meghatározásához
- A logaritmus azonosságai
- A logaritmus függvény ábrázolása, tulajdonságai
- Egyszerű exponenciális és logaritmosos egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása

FOGALMAK

n-edik gyök, exponenciális függvény, logaritmus

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- A permanencia-elv gyakorlati „kipróbálása” a definíció megadása előtt
- Matematikatörténeti érdekességek (például déloszi probléma) feldolgozása projektmunkában
- Különböző alapú exponenciális függvények ábrázolása milliméterpapíron, és a kapott grafikonok összehasonlítása csoportmunkában
- Nagy számok számjegyei számának meghatározása logaritmus segítségével
- 10-estől eltérő alapú logaritmus kiszámolása csak 10-es alapú logaritmus kiszámolására alkalmas számológéppel
- Annak bemutatása, hogy a logaritmus segítségével hogyan lehet számok szorzását számok összeadására visszavezetni
- A logaritmus-táblázat és a logarléc mint matematikatörténeti érdekességek megismertetése

TÉMAKÖR: Exponenciális folyamatok vizsgálata

JAVASOLT ÓRASZÁM: 14 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;

- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát;
- egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékészlet-vizsgálattal ellenőrzi;
- megold egyszerű, a megfelelő definíció alkalmazását igénylő exponenciális egyenleteket, egyenlőtlenségeket.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Exponenciális folyamatok vizsgálata a természetben és a társadalomban
- Exponenciális egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
- Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
- A gyakorlati (például pénzügyi, biológiai, fizikai, demográfiai, ökológiai) problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
- A kiválasztott modellben a probléma megoldása
- A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti probléma szövegébe visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve

FOGALMAK

Nincsenek új fogalmak.

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Tanulói kiselőadás az exponenciálisan változó folyamatokról a természetben és a társadalomban
- Adatgyűjtés különböző forrásokból származó, exponenciális vagy közelítőleg annak tekinthető változókra csoportmunkában
- Gyakorlati, időben exponenciálisnak tekinthető változást mutató grafikonokra exponenciális függvény illesztése digitális eszköz segítségével, és az illesztett függvény paramétereinek értelmezése

TÉMAKÖR: Sorozatok**JAVASOLT ÓRASZÁM: 20 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- számtani és mértani sorozatokat adott szabály alapján felír, folytat;
- a számtani/mértani sorozat n -edik tagját felírja az első tag és a különbség (differencia)/hányados (kvóciens) ismeretében;
- a számtani/mértani sorozatok első n tagjának összegét kiszámolja;
- ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalmát;
- mértani sorozatokra vonatkozó ismereteit használja gazdasági, pénzügyi, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A számsorozat fogalmának ismerete
- Számsorozat megadása képlettel, rekurzióval
- Számtani és mértani sorozatok felírása, folytatása adott szabály szerint
- Számtani sorozat, az n -edik tag, az első n tag összege
- Mértani sorozat, az n -edik tag, az első n tag összege
- A számtani és a mértani sorozat első n tagjának összegére vonatkozó képlet bizonyítása
- Számtani és mértani sorozatokra vonatkozó ismeretek alkalmazása gazdasági, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában
- Megtakarítási és kamatozási formák, ezek összehasonlítása
- Egyszerű kamat, kamatos kamat, gyűjtőjárdék és törlesztőrészlet számítása
- Megtakarítási, befektetési és hitelfelvételi lehetőségekkel és azok kockázati tényezőivel kapcsolatos feladatok megoldása

FOGALMAK

számsorozat, tőke, kamatláb, kamat, futamidő, gyűjtőjárdék, törlesztőrészlet

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Tanulói kiselőadás tartása nevezetes sorozatokról, például Fibonacci-sorozat
- Az első 100 pozitív természetes szám összegének meghatározása a „kis” Gauss módszerével
- A sakktablára elhelyezett, mezőről mezőre kétszeres számú búzaszemek kérdésének bemutatása
- Valódi pénzügyi termékek kamatozási és egyéb feltételeinek összehasonlítása csoportmunkában internetes adatgyűjtés segítségével

TÉMAKÖR: Trigonometria**JAVASOLT ÓRASZÁM: 22 óra****TANULÁSI EREDMÉNYEK**

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza a szinusz- és a koszinusztételt.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri hegyesszögek szögfüggvényeinek definícióját a derékszögű háromszögben;
- ismeri tompaszögek szögfüggvényeinek származtatását a hegyesszögek szögfüggvényei alapján;
- ismeri a hegyes- és tompaszögek szögfüggvényeinek összefüggéseit;
- alkalmazza a szögfüggvényeket egyszerű geometriai számítási feladatokban;
- a szögfüggvény értékének ismeretében meghatározza a szöget;
- kiszámítja háromszögek területét;
- ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja;
- átdarabolással kiszámítja sokszögek területét.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense
- Számítások derékszögű háromszögekben szögfüggvények segítségével gyakorlati helyzetekben
- Tompaszög szinusza, koszinusza, tangense
- Összefüggések ismerete egy adott szög különböző szögfüggvényei között: pitagoraszai összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei

- Szögfüggvény értékek ismeretében a szög meghatározása számológép segítségével
- Háromszög területének kiszámítása két oldal és a közbezárt szög ismeretében
- Szinusz- és koszinusztétel ismerete és alkalmazása
- A szinusztétel bizonyítása
- Számítások négyszögekben, sokszögekben szögfüggvények segítségével
- A környezetben található tárgyak magasságának, pontok távolságának meghatározása mért adatokból számítva
- Négyszögek és szabályos sokszögek területének kiszámítása
- Szinusz, koszinusz, tangens értelmezése tetszőleges forgásszög esetén
- Valós számok halmazán értelmezett szögfüggvények ábrázolása, egyszerű transzformációk végrehajtása, a függvények jellemzése

FOGALMAK

szinusz, koszinusz, tangens, szinusztétel, koszinusztétel

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Tanulói kiselőadás a trigonometrikus ismeretek hétköznapi életben, munkában való felhasználhatóságáról, például: lakberendezés, ácsmunka, GPS működése
- Az iskolában vagy annak környezetében kijelölt, tetszőleges háromszög, illetve négyszög alakú részek területének meghatározása csoportmunkában, távolságok és szögek mérése alapján
- Épület magasságának meghatározása a látószög és a távolságok mérésének segítségével csoportmunkában
- Interaktív digitális eszközök használata a valós számok halmazán értelmezett szögfüggvények szemléltetéséhez
- A szögfüggvények szerepének bemutatása a harmonikus rezgőmozgást jellemző mennyiségekben

TÉMAKÖR: Térgeometria

JAVASOLT ÓRASZÁM: 24 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza a szinusz- és a koszinusztételt.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét;
- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;
- ismeri és alkalmazza a hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságait;
- lerajzolja a kocka, téglatest, egyenes hasáb, egyenes körhenger, egyenes gúla, forgáskúp hálóját;
- kiszámítja a speciális testek felszínét és térfogatát egyszerű esetekben;
- ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételeket;
- ismeri és alkalmazza a hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételeket.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Térelemek kölcsönös helyzetének, távolságának és hajlásszögének ismerete, alkalmazása feladatmegoldásban
- A terület, térfogat, űrtartalom mértékegységeinek és ezek átváltási szabályainak ismerete
- Sűrűség mértékegységei közötti átváltás ismerete
- Sík- és térgeometriai feladatoknál a válasz megadása a problémának megfelelő mértékegységben
- A hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságainak ismerete és alkalmazása a hétköznapi életben előforduló testekkel kapcsolatban

- A kocka, a téglatest, az egyenes hasáb, az egyenes körhenger, az egyenes gúla és a forgáskúp hálójának lerajzolása konkrét esetekben
- A mindennapi életben előforduló hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számítással
- Síkidomok forgatásával keletkező egyszerű, a mindennapi életben is előforduló testek felszínének és térfogatának kiszámítása
- A hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása
- A hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása

FOGALMAK

kocka, téglatest, hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp, egyenes test, forgástest, n- oldalú szabályos gúla, tetraéder, alaplap, oldallap, alapél, oldalél, alkotó, palást, testmagasság, test hálója

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Hétköznapi tárgyak (üdítősdoboz, vizesflakon, tejfölösdoboz stb.) térfogatának megállapítása méréssel, a kapott eredmény összehasonlítása a tárgyon szereplő értékkel
- A Louvre bejárataként épített üvegpiramis földfelszín feletti térfogatának és az üvegfelület felszínének meghatározása (szükséges adatok gyűjtése az internetről)
- Annak becslése csoportmunkában, hogy a teret milyen arányban tudjuk kitölteni egybevágó érintkező gömbökkel különböző elrendezések esetén
- Különböző méretű, megközelítőleg gömb alakú gyümölcsök térfogatának és felszínének becslése, a becslés ellenőrzése méréssel
- A Föld felszínének és térfogatának közelítése földgömbmodellen méréssel és számolással, majd a kapott értékek összevetése a hivatalos adatokkal
- Projektmunka a gömbről: hogyan jelenik meg a gömb a mindennapi életben, a többi tantárgyban és a matematikában; a gömbi geometria alapjai

TÉMAKÖR: Koordinátageometria**JAVASOLT ÓRASZÁM: 26 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat;
- ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket;
- alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában;
- megad pontot és vektort koordinátaival a derékszögű koordináta-rendszerben;
- koordináta-rendszerben ábrázol adott feltételeknek megfelelő ponthalmazokat;
- koordináták alapján számításokat végez szakaszokkal, vektorokkal;
- ismeri és alkalmazza az egyenes egyenletét;
- egyenesek egyenletéből következtet az egyenesek kölcsönös helyzetére;
- kiszámítja egyenesek metszéspontjainak koordinátáit az egyenesek egyenletének ismeretében;
- megadja és alkalmazza a kör egyenletét a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor fogalmak ismerete, alkalmazása
- A vektorok összeadása, kivonása, szorzása valós számmal, műveletek ismerete és alkalmazása
- Vektorok alkalmazása feladatok megoldásában
- Pont és vektor megadása koordinátákkal a derékszögű koordináta-rendszerben
- Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok ábrázolása koordináta-rendszerben
- Két pont távolságának, vektor abszolút értékének meghatározása koordináták alapján
- Vektorok összegének, különbségének, számszorosának koordinátái
- Szakaszfelezőpont koordinátáinak meghatározása a végpontok koordinátái alapján
- Egyenes egyenlete $y = mx + b$ vagy $x = c$ alakban
- Egyenes meredekségének fogalma; egyenesek merőlegességének és párhuzamosságának megállapítása a meredekségek alapján

- Az egyenesek egyenletének ismeretében egyenesek metszéspontjának koordinátái
- A kör egyenletének megadása és alkalmazása a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében
- Vektorok skaláris szorzatának ismerete és alkalmazása
- Az egyenes egyenletének irányvektoros és normálvektoros alakja
- Kör és egyenes kölcsönös helyzetének meghatározása
- Kör adott pontjába húzható érintő egyenletének felírása

FOGALMAK

vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor, vektorok összege, vektorok különbsége, vektor számszorosa, vektor koordinátái, alakzat egyenlete, egyenes egyenlete, kör egyenlete

irányvektor, normálvektor, skaláris szorzat

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- „Torpedójáték” koordináta-rendszerben
- Helymeghatározás térképen a szélességi és hosszúsági adatok segítségével
- Ház/lakás alaprajzának elkészítése koordináta-rendszerben, az eredeti adatok alapján
- Játék helyvektorokkal dinamikus geometriai szoftver használatával
- Gondolattérkép készítése a koordinátageometria kapcsolatainak bemutatására csoportos vagy egyéni munkaformában
- „Oroszlánfogás”: lineáris egyenlőtlenségrendszer megoldása grafikusán, digitális eszköz segítségével
- „Célba lövés”: játék körökkel a koordináta-rendszerben

TÉMAKÖR: Leíró statisztika

JAVASOLT ÓRASZÁM: 12 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez;
- hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli;
- ismeri és alkalmazza a sodrófa (box-plot) diagramot adathalmazok jellemzésére,

összehasonlítására;

- felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A reprezentatív minta fogalmának szemléletes ismerete
- Hétköznapi, társadalmi problémákhoz kapcsolódó statisztikai adatok tervszerű gyűjtése
- Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése kvartilisekkel, középpértékekkel és szóródási mutatókkal
- Sodrófa (box-plot) diagram készítése, alkalmazása
- A kapott adatok értelmezése, értékelése, statisztikai következtetések
- Nagy adathalmazok kezelése táblázatkezelő programmal
- Grafikus és szöveges statisztikai manipulációk felismerése

FOGALMAK

reprezentatív minta, sodrófa (box-plot) diagram, minimum, maximum, kiugró adat, kvartilisek, terjedelem, szórás

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Példák reprezentatív és nem reprezentatív mintavételre
- Szavazások szimulálása és különböző szavazatértékelő rendszerek vizsgálata iskolai körülmények között
- A Simpson-paradoxon bemutatása példákon
- Az interneten található, megbízható forrásból (pl. KSH honlapja) származó statisztikák értelmezése, elemzése, lehetséges következtetések megfogalmazása
- Különböző forrásokból származó adathalmazok statisztikai elemzése, értékelése, ezekből valamilyen adott szempont alapján manipulatív és nem manipulatív diagram készítése

TÉMAKÖR: Valószínűség-számítás

JAVASOLT ÓRASZÁM: 18 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események

fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza;

- ismeri és alkalmazza a klasszikus valószínűségi modellt és a Laplace-képletet;
- ismeri és egyszerű esetekben alkalmazza a valószínűség geometriai modelljét;
- meghatározza a valószínűséget visszatevéses, illetve visszatevés nélküli mintavétel esetén.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Példák ismerete események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre
- Elemi események fogalmának ismerete, alkalmazása események előállítására
- Példák ismerete független és nem független eseményekre
- A klasszikus valószínűségi modell és a Laplace-képlet ismerete, alkalmazása
- A geometriai valószínűség fogalmának ismerete és alkalmazása
- Valószínűségek meghatározása visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén
- A várható érték ismerete és meghatározása konkrét feladatokban, játékokban
- Pénzügyi fogalmakkal kapcsolatos valószínűségi ismeretek (például biztosítás, befektetések kockázata, árfolyamkockázat)

FOGALMAK

események összege, események szorzata, esemény komplementere, egymást kizáró események, független események, geometriai valószínűség, visszatevéses mintavétel, visszatevés nélküli mintavétel, várható érték

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (pl. szabályos dobókockákkal, pénzérmével dobálás); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; becslés az egyes kimenetekre, illetve összetett események valószínűségére csoportmunkában
- Példák keresése független és nem független, illetve egymást kizáró eseményekre csoportmunkában
- Orvosi tesztek eredményének esélyelemzése fagráf segítségével
- Egyszerű valószínűségi játékokhoz kapcsolódóan a várható nyereség és az igazságosság fogalmának kialakítása
- Konkrét bank konkrét befektetési portfóliójának értelmezése, elemzése

- Néhány konkrét biztosítási ajánlat értelmezése, elemzése